

Olimpiada de matematică Etapa locală - 10 februarie 2023

Clasa a V-a - Barem

1. a) $2^3 = 2^9 = 512$ deci ultima cifră este 2.2p
b) Numerele a, b, c, d fiind prime sunt impare. Atunci pătratele lor dau restul 1 la împărțirea cu 4. Deducem că 2^{a^2} are ultima cifră egală cu 2.4p
 $2^{a^2} + 2^{b^2} + 2^{c^2} + 2^{d^2}$ nu este pătrat perfect deoarece ultima sa cifră este egală cu 8.1p

2. a) Deoarece 2 și 4 sunt numere pare deducem că numărul total de roți este tot par, deci nu poate fi egal cu 121.2p
b) Dacă presupunem că sunt doar motociclete am avea 90 de roți, diferența de 32 este realizată de roțile avute în plus de automobil. Din $32:2=16$ obținem 16 automobile și apoi 29 motociclete.5p

3. Avem sumele $2+4+6+8+10+12=42$, $4+6+8+10+12+14=54$, $6+8+10+12+14+16=66$ și $8+10+12+14+16+18=78$. Deducem că Andrei are maxim 6 ani.3p
Dacă Andrei are 2 ani atunci am obține că Gabriel are 32 ani ceea ce nu este posibil.1p
Dacă Andrei are 4 ani atunci am obține că Gabriel are 20 ani ceea ce nu este posibil.1p
Dacă Andrei are 6 ani atunci obținem că Gabriel are 8 ani și e frate cu Bogdan.2p

4. a) Concluzia se deduce din egalitatea $99 = 49 + 50$1p
b) Din $(2k+1)+(2k+2)=4k+3$ deducem că orice număr olimpic dă restul 3 la împărțirea cu 4.2p
Suma a trei numere olimpice este de forma $4k+3+4l+3+4m+3$ adică un număr de forma $4n+1$, deci nu poate fi egală cu 2023 care este de forma $4s+3$4p

NOTĂ

- Orice soluție corectă se punctează similar baremului